

Q → What do mean by variability? How it is measured.

विचलनशीलता से क्या समझते हैं? इसका मापन कैसे होता है।
Ans - अंकों के सूक्ष्म अवलोकन से पता चलता है कि अंकों में विचलन (dispersion) या फैलाव (spread) की विशेषता होती है तो अंकों के तुलनात्मक अध्ययन करने पर यह स्पष्ट होता है कि विचलन के कुछ अंश अपने मध्यमान के आस-पास रहते हैं जबकि कुछ अंश दूर-दूर तक फैले रहते हैं ऐसे में कहा जा सकता है कि यदि छात्रों में हर प्राप्ति की दूरी माध्य से कम है तो इसमें विचलनशीलता कम है लेकिन जब प्राप्ति की माध्य से ज्यादा है तो विचलनशीलता ज्यादा है। अतः प्राप्ति के द्वैतीय प्रवृत्ति से होने वाले फैलाव या विचलन के मापन को ही विचलनशीलता का माप कहा जाता है। जैसे - यदि अंकगणितीय परीक्षा के आधार पर 100 लड़के तथा 100 लड़कियों के प्राप्त अंश का माध्य क्रमशः 50.5 तथा 50.4 आया तो इसका अर्थ यह हुआ कि लड़के तथा लड़कियों की अंकगणितीय क्षमता एकसम है लेकिन जब लड़के के प्रश्न अंश का प्रसार 30 से कम है और लड़कियों का अंश प्रसार 40 से 50 है तो स्पष्ट होता है कि लड़के के प्राप्ति के लड़कियों के प्राप्ति की अपेक्षा परिवर्तनशीलता ज्यादा है। क्योंकि माध्य से प्राप्ति का विचलन अधिक है।

परिवर्तनशीलता या विचलनशीलता को परिभाषित करते हुए Lindqvist ने बताया कि - विचलनशीलता वह आमसीता है जिसे अंतर्गत अंश अपने मध्यमान से नीचे व उपर की ओर विस्तृत या विचलित रहते हैं - (The variability is the extent to which the scores tend to scatter or spread above and below the average)

प्राप्ति के आधार पर जब कोई किसी निष्कर्ष को प्राप्त होता चला चला है तो यह आवश्यक्त ही जाता है कि

वह जाहोसो की विचलनशीलता के बारे में अधिकतर जानकारी प्राप्त हो ली जाए। जाहोसो की विचलनशीलता को मापने के पांच प्रमुख तरीके हैं।

1. प्रसार Range
2. चतुर्थी विचलन Quartile deviation
3. औसत विचलन Average deviation
4. मानक विचलन Standard deviation
5. प्रसंग

1. **प्रसार - Range** - यह विचलनशीलता का परिवर्तनशीलता को सबसे आसान माप है। उच्चतम प्राप्ति तथा निम्नतम प्राप्ति के बीच के अंतर को ही प्रसार कहा जाता है। इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग किया जाता है -

$$\text{Range} = \text{Highest Score} - \text{lowest score} + 1$$

मातृ सूत्र के 1 इसलिए जोड़ दिया जाता है कि क्योंकि प्रसार के गणना की शुरूआत वास्तविक निम्न प्राप्ति की वास्तविक विचली सीमा से शुरू होकर वास्तविक उच्च प्राप्ति की वास्तविक उपरी सीमा तक होती है यंत्र ही प्रसार एक एसी माप है जिसे बहुत जल्द ज्ञान हो लिया जाता है। लेकिन जब N काफी छोटा होता है तो इसकी विश्वसनीयता खराब जाती है।

प्रसार का गुण या उपयोगिता MERITS OR USES OF RANGE

- i. प्रसार किसी निश्चित विवरण की विचलनशीलता को मापने की एक बहुत सरल और आसान तरीका है।
- ii. प्रसार की परिचलन की सरलता की वजह से इसके किसी तरह की गणितीय जटिलता नहीं पायी जाती है।
- iii. प्रसार के दृढ़ रूप से (rigidly) परिभाषित इलाके में ही
- iv. प्रसार का उपयोग दैनिक जीवन की अनेकों समस्याओं

समाधान के दिया जाता है

v. जहाँ आँकड़ों की सीमित मिलाव (variation) होती है वहाँ भी प्रसार का उपयोग संभव है।

प्रसार का दोष एवं सीमाएँ - DEMERITS AND LIMITATIONS OF RANGE

उपरोक्त गुणों के होते हुए भी इसके कुछ अस्वीकार्य हैं

और इसकी उपयोगिता भी काफी सीमित है -

i. प्रसार विचलनशीलता या परिवर्तनशीलता की विश्वसनीय माप नहीं है क्योंकि यह सभी प्रज्ञाओं पर आधारित नहीं होता है। बल्कि यह माप दो प्रज्ञाओं - सबसे बड़ा और सबसे छोटा पर आधारित होता है।

ii. प्रसार का प्रत्यक्ष परिवर्तन के अतुल्य बदलाव है। यानि परिवर्तन के घटने-बढ़ने (Fluctuations) से यह प्रभावित होता है।

iii. इसका प्रमुख दोष यह है कि यह विरण के मात्र के प्रयोगों की विचलनशीलता का मापने में उपर्युक्त अक्षर है क्योंकि विरण के अधिकतम और न्यूनतम प्रयोग को छोड़कर बीचवाले प्रयोगों में कमी होती है। यह दोष प्रसार में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

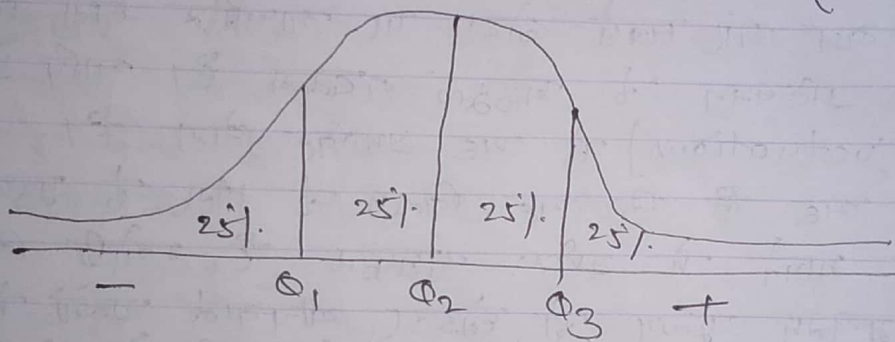
iv. मुक्त वर्गी (open end classes) की स्थिति में विचलनशीलता की माप की हैसियत से प्रसार की माप का उपयोग संभव नहीं होता है।

v. रेणु एवं रेणु 2004 ने भी इनके दोषों की स्पष्ट करते हुए बताया कि प्रसार विचलनशीलता की माप चलाऊ माप है यथायथ माप नहीं है।

चतुर्थक विचलन - QUARTILE DEVIATION -

यह विचलनशीलता माप की इसरी प्रमुख विधि है जिसे 0 से लेकर 100 तक विभाजित किया जाता है। जो किसी विरण के 75 वां शतक (75th percentile) तथा 25 वां शतक (25th percentile) के बीच की दूरी का आधा भाग होता है 25 शतक (25th percentile) को Q_1 तथा 75 वां शतक (75th percentile) को Q_3 कहा जाता है। Q_1 तथा Q_3 की दूरी को अंत-चतुर्थक

प्रसार (Interquartile Range) कहा जाता है और जब इसी दूरी को आधा कर दिया जाता है या दो से विभाजित कर दिया जाता है तो इसे चतुर्थक विचलन कहा जाता है। जिसे परिभाषित करते हुए गैरेट (Garrett) ने बताया कि "चतुर्थक विचलन किसी आवृत्ति विच्छेद के स्केल के 75वां और 25वां अंतराल के बीच की आधी दूरी है"। (The quartile deviation or Q is one-half the scale distance between the 75th and 25th percentiles in a frequency.)
नीचे इसे निम्न लेख और स्पष्ट होजाए है



Q ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्र का उपयोग किया जाता है

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

आदा यह स्पष्ट है कि Q ज्ञात करने के लिए पहले Q_1 तथा Q_3 ज्ञात करना होगा जिसका सूत्र इस प्रकार है जब आंकड़े अव्यवस्थित हो

$$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4} \right) \text{th number}$$

$$Q_3 = 3 \left(\frac{N+1}{4} \right) \text{th number}$$

लेकिन जब आंकड़े व्यवस्थित होते हैं तो

$$Q_1 = 1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - \text{cum. fr.}}{n} \right) \cdot h$$

$$Q_3 = 1 + \left(\frac{3N - Cumf_1}{f_2} \right) i$$

चतुर्थ विचलन का गुण और उपयोग -

- i. इसका पहला गुण यह है कि (1) विचलन शीलता की सरल माप है जिसका परिकलन आसानी से संभव है
- ii. इसका दोसरा गुण चतुर्थ विचलन से अधिक उपयोगी होने का प्रमुख कारण यह है कि इसका वेक दो प्राप्ती (डिक्लैण्ड मिड) पर आधारित होता है जबकि चतुर्थ विचलन 50% प्राप्ती को आधार बनाता है
- iii. डाउनी एन हीथ (Downie & Heath) 1959 ने स्पष्ट किया कि जब के-डीय प्रकृति की माप के रूप में माध्यिका का व्यवहार किया जाता है तो एली हालत में विचलन शीलता की माप के रूप में चतुर्थ विचलन सबसे अधिक विश्वसनीय होता है।
- iv. इरलम प्राप्ती (Extreme score) का प्रभाव चतुर्थ विचलन पर नहीं पड़ने का कारण यह है कि विचलन के शुरू के 25% तथा अंत के 25% प्राप्ती की गणना माहा नहीं की जाती है।
- v. भुम्बोर विचलन (Open end distribution) की स्थिति में विचलन शीलता की माप के रूप में चतुर्थ विचलन अधिक विश्वसनीय होता है।

चतुर्थ विचलन का दोष एवं सीमाएँ - DEMERITS AND LIMITATIONS
OR QUARTILE DEVIATION

- i. डाउनी एन हीथ (Downie and Heath) 1959 ने स्पष्ट किया कि यह विचलन शीलता की विश्वसनीय माप नहीं है क्योंकि यह विचलन के सभी प्राप्ती पर आधारित नहीं होता है यहा शुरू के 25% तथा अंत के 25% प्राप्ती पर विचार नहीं किया जाता है।
- ii. चतुर्थ विचलन का प्रतिचलन से सभी बेसी (Fluctuation) का गहरा प्रभाव पड़ता है।
- iii. चतुर्थ विचलन का एक दोष यह है कि इसका उपयोग आसानी

IV. शक्ति निरूपण में उचित समक नहीं है।
 चूरी चतुर्ध विचलन का संबंध मापिका से है इतकि
 इसका उपयोग इसरी परिमिति में समक नहीं है।

3. औसत विचलन - AVERAGE DEVIATION -

विचलनशीलता की तिसरी माप को औसत विचलन
 कहा जाता है विचलन में सवालतया प्राप्ति की माध्य
 से दूरी या अंतर का अर्थ ज्ञात किया जात है विचलन जितना
 ही कम होगा माध्य प्राप्ति का उतना ही सही और अधिक
 प्रतिनिधित्व होगा औ विचलन जितना ही अधिक होगा उतना
 ही वह कम प्रतिनिधित्व होगा।

आधुनिक सांख्यिकी में औसत विचलन (AD) का प्रयोग
 काफी कम होता है लेकिन प्राचीन शोध में इसका उपयोग
 अधिक होता है या माध्य से प्राप्ति के अंतरों में विचलन
 होते हैं उन्ही के औसत को औसत विचलन कहा जाता है
 यह विचलन ज्ञात करने में चिन्हों (+, -) पर ध्यान नहीं दिया
 जाता है विचलन चार्थ धनात्मक हो या ऋणात्मक सबे की
 धनात्मक ही मान लिया जाता है। औसत विचलन की परिभाषा
 करते हुए गैर्रेट (Garrett) ने बताया कि "अलग-अलग
 प्राप्ति के माध्यमान से होनेवाले विभिन्न विचलनों के माध्य-
 मान को औसत विचलन कहा जाता है।" (The average deviation
 is the mean of the deviations of all the separate scores
 in a series taken from their mean.)

औसत विचलन के ज्ञात करने हेतु जब औसत अवलोकित
 होते हैं तो $AD = \frac{\sum |x|}{N}$ सूत्र को जब आसते अवलोकित

होते हैं तो $AD = \frac{\sum f|x|}{N}$ सूत्र का उपयोग किया जाता है।

ऑसत विचलन की विशेषता -

- i. ऑसत विचलन का संवध माध्य के प्रत्येक प्रयोग के विचलन के ऑसत से होता है ऑसत विचलन माध्य, माध्यिका तथा बहुलक तीनों से निकाला जाता है लेकिन ऑसत विचलन की इस परिभाषा नहीं होती है। कारण इसके ऑसत विचलन ज्ञात करना संभव नहीं है फिजी केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप के रूप में अधिक उपयुक्त होने के कारण अधिकांशतः माध्य से ही ऑसत विचलन निकाला जाता है।
- ii. इसकी एक विशेषता यह भी है कि माध्य माध्य के प्रत्येक प्रयोग के विचलन को निर्धारित कर लेने के बाद ऑसत निकालने की उं कि सभी विचलनों को एक साथ जोड़ दिया जाता है जो कि समस्त विचलन के चिहनों पर ध्यान नहीं दिया जाता है।

ऑसत विचलन का उपयोग -

- i. जब विवरण में कुछ बहुत बड़े तथा कुछ बहुत छोटे प्रयोग से निकाली वर्ग निकालने पर प्रमाणिक विचलन परलपातपूर्ण हो जाएगी।
- ii. जब विवरण की विश्वसनीय जानकारी प्राप्त होती हो तथा मातृ विचलन के परिभाषा से बनना हो।
- iii. जब विवरण सामान्य के निकट हो तथा उसके AD से SD का अंदाजा लगाया जा सकता है।

4. मानक विचलन - STANDARD DEVIATION -

यह विचलनशीलता की सबसे विश्वसनीय और सही विधि है जिसका उपयोग प्रयोगकर्ता द्वारा एक अध्ययन में सबसे अधिक होता है। मानक विचलन के प्रथमचर का कार्ल पियर्सन (Carl Pearson) ने दिया जिसका प्रतीक σ लिखा है इसे स्पष्ट करने हुए गिल्फोर्ड (Gulford) ने बताया कि - प्रायोगिक विचलन से होने वाले विचलनों के वर्ग के मध्यमांक में वर्गमूल का मानक विचलन कहते हैं। (Standard deviation is the square root

of the arithmetic mean of the squared deviations of measurement from their mean.")

मानक विचलन का गुण -

- i. इन्ट्रीम विचलनशीलता ही माप के रूप में मानक विचलन का विवक्षनीय माप है
- ii. मानक विचलन को दृढ़ रूप से परिभाषित करना संभव होता है
- iii. मानक विचलन किसी वितरण के सभी अंगों पर बाधा है
- iv. मानक विचलन विचलनों के चिन्हों से मुक्त है।
- v. मानक विचलन पर प्रतिचयन के सभी कार्य का प्रभाव बहुत कम पड़ता है।

मानक विचलन का दोष -

- i. मानक विचलन चुरा तथा अंत के अंगों पर अधिक बल देता है और बहुत कम अंगों पर कम बल देता है।
- ii. मनोविज्ञान, शिक्षा तथा समाजशास्त्र की अपेक्षा अर्थशास्त्र तथा डॉक्टरी क्षेत्रों में मानक विचलन की उपयोगिता सीमित है।
- iii. मानक विचलन का गणितीय परिचलन अपेक्षाकृत कठिन है इसलिए अंतर्गणित व्यक्तियों के लिए मानक विचलन को समझना तथा इसे परिचलित करना काफी कठिन कर जाता है।

मानक विचलन की अवस्थित तथा अव्यवस्थित दोनों आँकड़ों से माप लिया जाता है।

अव्यवस्थित आँकड़ों से मानक विचलन माप करने के लिए इस सूत्र का उपयोग किया जाता है -

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$$

किसी जब आँकड़े व्यवस्थित होते हैं तो मानक विचलन लंबी

तथा लघु दोनो विधियाँ से ज्ञात किया जाय है।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} \quad \text{लघु विधि}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum 4x^2}{N} - c^2} \quad \text{लघु विधि}$$

मानक विचलन का उपयोग -

- i. जब विचलनशून्यता को सबसे निम्नस्तीय जानकारी प्राप्त करनी हो
- ii. जब मानक विचलन पर आधारित अन्य सांख्यिकी विधियाँ जैसे - लक्ष्यकषण या अन्य सांख्यिकी निकालनी हो
- iii. जब सामान्य वृत्त ही व्याख्या आवश्यक हो।

5. प्रसरण - Variance -

यह विचलनशून्यता माप की पॉन्ची विधि है। जिसका उक्त उपयोग वर्गीकृत सांख्यिकी में अदा-रुदा होता है। जिसका यह प्रचलित विधि नहीं है। इसका प्रयोग अनुमानित सांख्यिकी में अत्यन्त ही ज्यादा होता है यह प्रलपी छात्रों को विचलन के वर्ग का माध्य है। इसके इस सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाय है।

$$\text{Variance} = \frac{\sum x^2}{N}$$

इसका स्वरूप हो जाता है कि विचलनशून्यता की पॉन्ची माप है जो उपर वर्णित है।