S-I
CORE-II

S-I
CORE-II

Q-> What do you mean by Central Tendency? How it is measured? केन्द्रीय प्रवृति से आप क्या समझते है। इसका मापन कैसे होता है।

Ans आंकडो की विशेषताओं को संक्षिप्त रूप से प्रकट करने लिए एव सांख्यिकीय विश्लेषण के लिए विशेषज्ञों ने अनेक सांख्यिकीय तकनीकों का विकास किया जिसमे केन्द्रीय प्रवृति की माप भी एक है। यह सांख्यिकीय विश्लेषण की एसी तकनीक है जिसके द्वारा हम किसी आंकडो से एसा चर मूल्य ज्ञात करते है जो सम्पूर्ण श्रेणी का प्रतिनिधित्व करता है यही मूल्य केन्द्रीय मूल्य या औसत कहलाता है। एसे मे केन्द्रीय प्रवृति वह अकेला मूल्य है जो समस्त आंकडो का प्रतिनिधित्व करता है जिसका उद्देश्य श्रेणी के उस केन्द्रीय मूल्य को ज्ञात करना है जो आंकडो के मध्य या केन्द्र मे स्थित होता है जैसे हम किसी कक्षा के 40 छात्रो की अर्थशास्त्र की परीक्षा लेते है जिसके लिए अधिकतम 100 अंक निर्धारित है इसे पता चलता है कि छात्र अधिकांश छात्र केन्द्रीय मूल्य (माना 60) के आसपास ही अंक प्राप्त करते है। यहा पर यह मूल्य (60) केन्द्रीय प्रवृति या औसत कहलाएगा। अतः औसत केन्द्रीय प्रवृति की माप है क्योकि यह एक एसा मूल्य है जिसके चारो ओर अन्य मूल्य केन्द्रित होते है। इन्ही उपयुक्त बातो को ध्यान मे रखते हुए सिम्पसन एव काफ्का (Simpson & Kafka) ने इसे परिभाषित करते हुए बताया कि - केन्द्रीय प्रवृति से अभिप्राय एक एसे प्रतिरूपी मूल्य से है जिसके चारो ओर अन्य मूल्य केन्द्रित होते है। ("A measure of central tendency is a typical value around which other figures congregate.")

केन्द्रीय प्रवृति की दो प्रमुख उपयोगिताए है - पहली यह कि - इससे औसत का पता चल जाता है जिसकारण उस सम्पूर्ण समूह के प्राप्तांक के संबध मे एक सूक्ष्म जानकारी मिल जाती है। दूसरी उपयोगिता यह है कि - इसी औसत के आधार पर

S-I
CORE-II

दो या दो से अधिक समूहों के प्राप्तांकों की तुलना करने में सफलता मिलती है। केन्द्रीय प्रवृत्ति की तीन प्रमुख माप है—
1. MEAN माध्य
2. MEDIAN माध्यिका
3. MODE बहुलक

1. MEAN – बोलचाल की भाषा में माध्य को औसत भी कहा जाता है जिसका प्रतीक m या x̄ (जिसे (एक्स बार) कहते है) mean के भी तीन प्रकार होते हैं जिसे ज्यामितीय माध्य (Geometric mean) हरात्मक माध्य (Harmonic mean) तथा अंकगणितीय माध्य (Airthmetic mean) कहा जाता है। शिक्षा तथा मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी में अंकगणितीय माध्य का ही प्रचलन अधिक है। जिसे सिर्फ माध्य के नाम से पुकारा जाता है। ब्लॉमर्स तथा लिण्डक्विस्ट (Blommers & Lindquist) ने इसे परिभाषित करते हुए बताया कि "प्राप्तांकों के वितरण के स्केल पर मध्यमान ऐसा बिन्दु हो जो प्राप्तांकों के योग में उसकी संख्या से भाग देने पर आए।" (The mean of a distribution of scores in the Point on the score scale corresponding the sum of the scores divided by their number) दूसरे शब्दों में कहा जा सकता है कि प्राप्तांकों के योग को उसकी संख्या से विभाजित करने पर जो भागफल आता है वह अंकगणितीय माध्य मान कहलाता है। जैसे तीन छात्रों ने मनोविज्ञान परीक्षण में 33, 40 तथा 50 प्राप्त किये तीनों का योग (33+40+50) 123 हुआ यदि 123 को छात्रों की संख्या से विभाजित कर दिया जाता है तो $\frac{123}{3} = 41$ प्राप्त होता है जो अंकगणितीय मध्यमान कहलायेगा

माध्य ज्ञात करते समय दो तरह की परिस्थितियाँ उत्पन्न होती है - एक वह जहाँ आंकड़े अव्यवस्थित होते है तथा दूसरा वह जहाँ आंकड़े व्यवस्थित होते है।

S - I

CORE - II

a. जब आंकड़े अव्यवस्थित होते है - अव्यवस्थित आंकड़ो से माध्य ज्ञात करना काफी आसान होता है। जब N कम होता है तो इसका उपयोग अधिक होता है यहा प्राप्तांको को जोड़ दिया जाता है और प्राप्तांको की संख्या से योगफल को भाग दिया जाता है भाग देने पर जो मान प्राप्त होता है वही माध्य कहलाता है। जिसके लिए निम्न सूत्र का उपयोग किया जाता है।

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

यहा $\bar{X}$ = माध्य, Σ = कुल योग, X = प्राप्तांक N = प्राप्तांको की संख्या

b. जब आंकड़े व्यवस्थित होते हैं - व्यवस्थित आंकड़े वे है जो आवृत्ति वितरण मे सारणीबद्ध होते है या जब N काफी बड़ा होता है तो उसे आवृति वितरण मे व्यवस्थित कर दो विधियो से माध्य ज्ञात किया जाता है - लम्बी विधी LONG METHOD तथा SHORT METHOD लघु विधी लम्बी विधी से व्यवस्थित आंकड़ो का माध्य ज्ञात करने हेतु निम्न सूत्र का उपयोग किया जाता है -

$$\bar{X} = \frac{\Sigma f X}{N}$$

यहा $\bar{X}$ = माध्य, Σ = कुल योग f = आवृति, X = मध्यबिन्दु N = कुल संख्या

लघु विधी से माध्य ज्ञात करना -

चूंकि लम्बी विधी से माध्य ज्ञात करते समय अधिक जोड़, तथा गुणा भाग करना पड़ता है जिससे समय तथा श्रम दोनो अधिक व्यय तो होते ही है साथ ही त्रुटि की भी संभावना अधिक होती है। इसी समस्या से बचने के लिए लघु विधी से माध्य ज्ञात किया जाता है जिसके लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग किया जाता है।

$$\bar{X} = Am + ci$$

$\bar{X}$ = माध्य, Am = माना गया माध्य, c = शुद्धि, i = वर्गान्तर का आकार

यहा $c = \frac{\Sigma f x'}{N}$ होगा। $\Sigma f x'$ = आवृति तथा विचलन का गुणनफल N = कुल संख्या

Scanned with CamScanner

S-I
CORE-II

माध्य का उपयोग -

1. जब अत्यधिक विश्वसनीयता की आवश्यकता हो तो mean का उपयोग बेहतर होता है क्योंकि केन्द्रीय प्रवृति की तीनों मापों में माध्य ही सबसे विश्वसनीय और सही माप है।
ii. जब सांख्यिकीय प्रक्रियाएं जैसे- MD, SD और सहसंबंध ज्ञात करना हो तो माध्य का उपयोग अनिवार्य हो जाता है।
iii. जब वितरण समान हो यानि अधिकांश आवृति केन्द्र के आसपास हो तथा दोनों छोर पर कम आवृति हो तो मध्यमान का उपयोग उचित होता है लेकिन जब आवृति वितरण असमानता (skewed) हो तो निकाला गया माध्यमान भ्रामक होगा ऐसे में केन्द्रीय प्रवृति की दूसरी माप का उपयोग बेहतर होता है।
iv. जब दो या दो से अधिक वितरणों की केन्द्रीय प्रवृति की तुलना करनी हो तो माध्य का उपयोग उचित होता है।

माध्य की विशेषता -
i. इसका मूल्य मध्य में स्थित नहीं होता
ii. इसका गणना करना सरल है।
iii. यह सभी मूल्यों पर आधारित होता है
iv. इस पर श्रेणी के चरम मूल्य (extreme value) का प्रभाव पड़ता है
v. इसकी गणना चित्रों द्वारा नहीं की जा सकती

2. MEDIAN माध्यिका -
यह केन्द्रीय प्रवृति की दूसरी माप है जिसका प्रतीक mdn है। जब किसी श्रेणी को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर श्रेणी के मध्य में जो मूल्य स्थित होता है वही माध्यिका कहलाता है। जैसे 5 छात्रों को मनोविज्ञान में - 32, 40 38, 60 तथा 51 अंक प्राप्त हुए। जिसे बढ़ते हुए क्रम में व्यवस्थित किया गया 32, 38, 40, 51, 60 इसमें माध्यिका 40 है क्योंकि यह

S-I
CORE-II

श्रेणी के मध्य मे स्थित है तथा अंको के वितरण को दो बराबर भागों में बाँटती है। यानि माध्यिका वितरण का वह बिन्दु है जो वितरण को दो बराबर भागों मे बाँटती है ~~यानि जिसके उपर तथा नीचे 50% केसेज होते है वही माध्यिका है~~। इन्ही बातो को ध्यान मे रखते हुए वर्ट निडर तथा अहमान wert, Neidt and Ahman ने बताया कि "माध्यिका किसी वितरण का वह बिन्दु है जिसके उपर 50% तथा नीचे 50% केसेज आते है।" (median is that point in the distribution above which and below which 50% percent of cases lie.)

माध्य की तरह माध्यिका भी अव्यवस्थित तथा व्यवस्थित दोनों आंकड़ों का ज्ञात किया जाता है -

अव्यवस्थित आंकड़ो से माध्यिका ज्ञात करते समय दो तरह की स्थितियां उत्पन्न होती है - ~~① जब~~

① जब N सम होता है तथा दूसरी जब N विषम होती है।

जब N सम (even) होता है तो अंको को बढ़ते हुए क्रम मे सजाकर The $\frac{N+1}{2}$ th number सूत्र का उपयोग किया जाता है। जैसे - 4, 9, 6, 5, 10, 12, 14, 13 को बढ़ते क्रम मे 4, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 14 सजाया गया यहा $N = 8$ है तो $\frac{N+1}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$ यहा माध्यिका 4th तथा 5th संख्या के बीच पड़ रहा है यानि 4.5th number $= \frac{9+10}{2} = \frac{19}{2} = 9.5$ यहा माध्यिका 9.5 है क्योकि इसके उपर तथा नीचे 50% केसेज है।

लेकिन जब आंकड़े विषम हो जैसे 14, 13, 10, 20, 25, 19, 26 तो इसे भी बढ़ते हुए क्रम मे सजाकर the $\frac{N+1}{2}$ th number सूत्र का उपयोग किया जाएगा। 10, 13, 14, 19, 20, 25, 26 यहा $N = 7$ है

$\frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ th number यानि 19 क्योकि किसी भी तरफ से गिनने पर चौथा अंक 19 ही आ रहा है इसलिए माध्यिका 19 है।

व्यवस्थित आंकड़ो से माध्यिका ज्ञात करना - जब आंकड़े व्यवस्थित होते है या N जब बड़ा होता है तो उसे आवृति वितरण मे व्यवस्थित कर निम्नलिखित सूत्र का उपयोग किया जाता है।

Scanned with CamScanner

S - I

CORE - II

$$mdn = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - F}{fm}\right) i$$

जहा- mdn = माध्यिका

l = उस वर्गान्तर की वास्तविक नीचली सीमा जिसपर mdn पड़ती है।

$\frac{N}{2}$ = कुल प्राप्तांको का आधा

F = उस वर्गान्तर के नीचे की आवृत्ति का योग जिसपर mdn पड़ता है

fm = उस वर्गान्तर की आवृत्ति जिसपर mdn पड़ता हो

माध्यिका का उपयोग -

1. जब वितरण के 50% वाले बिन्दु को जानना होता है
ii. जब वितरण मे कुछ अत्यंत छोटे या कुछ अत्यंत बड़े प्राप्तांक हो तो mdn का उपयोग बेहतर होता है क्योकि असामान्य वितरण का माध्य पर अधिक प्रभाव पड़ता है लेकिन माध्यिका पर कम जैसे- 5, 5, 7, 9, 11, 13, 14 का माध्य तथा माध्यिका दोनो 9 है लेकिन 14 के स्थान पर 23 होने पर माध्यिका मे कोई परिवर्तन नही आएगा जबकि माध्य परिवर्तित होकर 10 हो जाएगा।
iii. जब शीघ्रता हो और माध्य निकालने का समय न हो
iv. जब वितरण अपूर्ण incomplete हो।

माध्यिका की विशेषता -

i. इसका मूल्य श्रेणी के मध्य मे स्थित होता है
ii. इसकी गणना सरल है
iii. यह सभी मूल्यों पर आधारित नही होता
iv. इसकी गणितीय विवेचना संभव नही होती
v. इसके मूल्य पर श्रेणी के चरम मूल्यों का प्रभाव नही पड़ता
vi. इसका मूल्य चित्र के माध्यम से भी ज्ञात किया जा ~~सकता है~~ है इसकी गणना के लिए ogive curve का प्रयोग किया जाता है

3 MODE बहुलक

mode शब्द की उत्पत्ति ~~लैटिन शब्द~~ फ्रेंच भाषा के ~~lamod~~ lamode शब्द से हुई है जिसका अर्थ है फैशन या

S - I

CORE - II

विचलन। यह भी माध्यिका की तरह वितरण के केन्द्रीय मूल्य होता है बहुलक श्रेणी का वह मूल्य होता है जो श्रेणी में सबसे अधिक बार आता है या जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक होती है जैसे किसी लेबर के अधिकतर मजदूर 70 रु॰ दैनिक पारिश्रमिक प्राप्त करते हैं तो बहुलक मूल्य 70 रुपया होगा। इसीतरह मनोविज्ञान की परीक्षा में छात्रों को निम्नलिखित अंक प्राप्त हुए - 40, 35, 55, 65, 55, 32, 55, 48, 60, 55 तो यहाँ बहुलक 55 होगा क्योंकि वह चार बार आया है। इन्हीं उपर्युक्त बातों को ध्यान में रखते हुए कैनी एवं कीपिंग Kenny and Keeping ने बताया कि - किसी वितरण में बहुलक वह मूल्य है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक हो।" ("The value of the variable which occurs most frequently in distribution is called the mode.")

mode अवर्गीकृत तथा अवर्गीकृत दोनों आँकड़ों का ज्ञात किया जाता है। अवर्गीकृत आँकड़ों से mode ज्ञात करना काफी सरल होता है। यहाँ आँकड़ों के निरीक्षण मात्र से ही बताया जा सकता है कि बहुलक कौन है। इस तरह के बहुलक को ~~अपरि~~ अपरिष्कृत बहुलक (crude mode) कहा जाता है जैसे - 5, 3, 8, 10, 15, 8, 12, 8, 13 तथा 18 किसी मौखिक परीक्षा पर 10 छात्रों को निम्नलिखित अंक प्राप्त हुए - 5, 3, 8, 10, 15, 8, 12, 8, 13, 18 तो यहाँ बहुलक 8 है क्योंकि 8 तीन बार आया है।

/ लेकिन जब आँकड़े वर्गीकृत होते हैं तो अपरिष्कृत बहुलक (crude mode) उस वर्गान्तर का मध्य बिन्दु होता है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक होती है। बहुलक मात्र निरीक्षण के आधार पर ही नहीं बल्कि सूत्र के आधार पर भी ज्ञात किया जाता है। ऐसे में जब बहुलक ज्ञात करने के लिए किसी सूत्र का उपयोग किया जाता है तो उसे वास्तविक बहुलक (True mode) कहा जाता है। जिसके लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग किया जाता है।

S - I
CORE - II

$$mo = 3\,mdn - 2\,mean$$

or,

$$mo = l + \left(\frac{fm_1}{fm_1 + fm_2}\right) i$$

जहा
l = सबसे अधिक आवृति वाले वर्गांतर की वास्तविक निचली सीमा
fm_1 = सबसे अधिक आवृति वाले वर्गांतर के ठीक उपर वाले वर्गांतर की आवृति
fm_2 = सबसे अधिक आवृति वाले वर्गांतर के ठीक नीचे वाले वर्गांतर की आवृति
i = वर्गांतर का आकार।

बहुलक का उपयोग -

i. जब शीघ्रता से केन्द्रीय प्रवृति का पता लगाना हो तो बहुलक का उपयोग बेहतर होता है
ii. जब केन्द्रीय प्रवृति का अनुमान मात्र (Rough - estimate) निकालना ही उद्देश्य हो तो बहुलक का उपयोग उचित होता है
iii. जब यह जानने की इच्छा हो कि अधिक प्रयुक्त होने वाला प्राप्तांक typical case क्या है तो बहुलक का उपयोग बेहतर होता है

S - I

CORE - II

~~बहु~~

बहुलक की विशेषता -

I. यह मूल्य श्रेणी के मध्य मे स्थित होता है
II. इसकी गणना करना कठिन है
III. इसका मूल्य सभी मदो पर आधारित नही होता
IV. इसका गणितीय विवेचन संभव नही होता
V. इस पर भी चरम / सीमान्त मूल्यों का प्रभाव नही पड़ता
VI. इसका मूल्य भी आवृति आयत चित्र Histogram की सहायता से ज्ञात किया जा सकता है

स्पष्ट हो जाता है कि
इन उपर्युक्त विवेचनो से, केन्द्रीय प्रवृति के तीनो मापो माध्य माध्यिका तथा बहुलक का मापन कैसे किया जाता है तथा इनकी उपयोगिता तथा विशेषता क्या है